

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

## Аналитическая геометрия рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 02.03.01\_2025\_625.plx  
02.03.01 Математика и компьютерные науки  
Цифровые технологии

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **7 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	252	Виды контроля в семестрах:
в том числе:		экзамены 2
аудиторные занятия	144	зачеты 1
самостоятельная работа	59,4	
часов на контроль	43,6	

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		2 (1.2)		Итого	
	Неделя		17 2/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	36	36	36	36	72	72
Практические	36	36	36	36	72	72
Консультации (для студента)	1,8	1,8	1,8	1,8	3,6	3,6
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,25	0,25	0,4	0,4
Консультации перед экзаменом			1	1	1	1
Итого ауд.	72	72	72	72	144	144
Контактная работа	73,95	73,95	75,05	75,05	149	149
Сам. работа	25,2	25,2	34,2	34,2	59,4	59,4
Часы на контроль	8,85	8,85	34,75	34,75	43,6	43,6
Итого	108	108	144	144	252	252

Программу составил(и):

*д.п.н., профессор, Темербекова А.А.*

Рабочая программа дисциплины

**Аналитическая геометрия**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017 г. № 807)

составлена на основании учебного плана:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

утвержденного учёным советом вуза от 30.01.2025 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 10.04.2025 протокол № 10

Зав. кафедрой И.о. Богданова Р.А.

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой И.о. Богданова Р.А.

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2027 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой И.о. Богданова Р.А.

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2028 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой И.о. Богданова Р.А.

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2029-2030 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2029 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой И.о. Богданова Р.А.

<b>1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	
1.1	<i>Цели:</i> изучение основ векторной алгебры, теории прямых и линий второго порядка на плоскости, теории плоскостей, прямых и поверхностей второго порядка в пространстве, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.
1.2	<i>Задачи:</i> – развитие общей математической культуры – создание математической базы для дальнейшего обучения математике – совершенствование навыков математического и логического мышления – формирование систематизированных знаний по теории прямых, плоскостей, кривых и поверхностей второго порядка

<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП</b>	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О.15
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Учебная практика по элементарной математике
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Математическое моделирование
2.2.2	Дифференциальная геометрия и топология
2.2.3	Методика обучения математике
2.2.4	Фрактальная геометрия

<b>3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
<b>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</b>	
<b>ИД-1.УК-1: Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.</b>	
знает виды задачи, ее базовые составляющие и методы декомпозиции задачи умеет определять виды задачи, ее базовые составляющие и методы декомпозиции задачи владеет навыками работы с задачей, ее составляющими и методами декомпозиции задачи	
<b>ИД-2.УК-1: Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</b>	
знает методы анализа информации, необходимой для решения задач аналитической геометрии умеет критически анализировать информацию, необходимую для решения задач аналитической геометрии владеет навыками анализа информации, необходимой для решения задач аналитической геометрии	
<b>ИД-3.УК-1: Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.</b>	
знает методы решения геометрической задачи, оценивая их достоинства и недостатки умеет рассматривать возможные варианты решения геометрической задачи, оценивая их достоинства и недостатки владеет навыками работы с геометрической задачей, оценивая их достоинства и недостатки	
<b>ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</b>	
<b>ИД-1.ОПК-1: Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений</b>	
знает основные понятия и определения аналитической геометрии, формулировки и методы доказательств математических утверждений умеет работать с основными понятиями и определения аналитической геометрии владеет навыками работы с основными понятиями и определения аналитической геометрии	
<b>ИД-2.ОПК-1: Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук</b>	
знает методы доказательства утверждений, методы решения задач по аналитической геометрии умеет решать задачи по аналитической геометрии, доказывать утверждения владеет навыками решения задач по аналитической геометрии и методами доказательства утверждений	
<b>ИД-3.ОПК-1: Способен консультировать в области фундаментальной математики</b>	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	<b>Раздел 1. Раздел 1. Векторы</b>						
1.1	Определение вектора. Операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Базис и координаты вектора в базисе. Скалярное произведение векторов. Аффинная система координат. ПДСК. Деление отрезка в данном отношении. Преобразование аффинного репера в аффинный репер. Полярные координаты. /Лек/	1	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 1. Приложение 1
1.2	Векторы. Базис. Координаты вектора в базисе. Скалярное произведение векторов. Аффинный репер. Прямоугольная декартова система координат. Деление отрезка в данном отношении. Преобразование аффинного репера в аффинный репер. Полярные координаты. /Пр/	1	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 1. Приложение 1
1.3	Подготовка к контрольной работе №1. /Ср/	1	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 1.
	<b>Раздел 2. Раздел 2. Уравнение прямой на плоскости</b>						
2.1	Уравнение множества точек. Уравнение прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. /Пр/	1	8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 2.
2.2	Подготовка к контрольной работе №2. /Ср/	1	3,2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 2.
	<b>Раздел 3. Раздел 3. Кривые второго порядка</b>						

3.1	Эллипс. Гипербола и парабола. Уравнение кривых в полярных координатах. Общее уравнение кривой второго порядка и упрощение его с помощью поворота. Упрощение кривой с помощью параллельного переноса. Классификация кривых второго порядка. Центр кривой второго порядка. Пересечение кривой второго порядка с прямой. Диаметры и оси кривой второго порядка. /Лек/	1	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 3. Приложение 1
3.2	Каноническое уравнение эллипса и гиперболы Каноническое уравнение гиперболы и параболы. Общее уравнение кривой и упрощение его с помощью параллельного переноса или поворота системы координат. Контрольная работа. Центр и диаметры кривой. Асимптоты и касательные кривой. /Пр/	1	10	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 3. Приложение 1
3.3	Подготовка к контрольной работе №3. /Ср/	1	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 3.
<b>Раздел 4. Раздел 4. Преобразование плоскости</b>							
4.1	Преобразования плоскости. Движения плоскости. Подобия. Аффинные преобразования плоскости. Классификация преобразований. /Лек/	1	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 4.
4.2	Определение преобразования плоскости. Группа и подгруппа преобразований. Построение образа фигуры при движении и подобии. Аналитическое задание движения. Инвариантные точки и инвариантные прямые движения. Аналитическое задание подобия. Инвариантные точки преобразования. /Пр/	1	10	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 4. Приложение 1
4.3	Подготовка к контрольной работе №4. /Ср/	1	10	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Индивидуальное задание. Вопросы к экзамену Контрольная работа 4.
<b>Раздел 5. Консультации</b>							
5.1	Консультация по дисциплине /Конс/	1	1,8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	

	<b>Раздел 6. Промежуточная аттестация (зачёт)</b>						
6.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	1	8,85	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	
6.2	Контактная работа /КСРАт/	1	0,15	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	
	<b>Раздел 7. Раздел 5. Векторное и смешанное произведение</b>						
7.1	Базис и репер в трехмерном пространстве. Координаты вектора и точки. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. /Лек/	2	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену Контрольная работ 5. Приложение 1
7.2	Векторное произведение векторов и его свойства Смешанное произведение векторов и его свойства /Пр/	2	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Проблемная лекция. Вопросы к экзамену Контрольная работ 5.
7.3	Подготовка к контрольной работе №5. /Ср/	2	6,2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену Контрольная работ 5. Приложение 1
	<b>Раздел 8. Раздел 6. Плоскости и прямые</b>						
8.1	Уравнение плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух и трех плоскостей в пространстве. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве /Лек/	2	16	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену Контрольная работа 6. Приложение 1
8.2	Уравнение плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Угол и расстояние между плоскостями Уравнение прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Метрические задачи на сочетание прямых и плоскостей. Контрольная работа. /Пр/	2	14	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену Контрольная работа 6. Приложение 1
8.3	Подготовка к контрольной работе №6. /Ср/	2	5	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену Контрольная работа 6. Приложение 1
	<b>Раздел 9. Раздел 7. Поверхности второго порядка</b>						

9.1	Поверхность вращения. Цилиндрическая поверхность Коническая поверхность. Эллипсоид. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. /Лек/	2	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену Контрольная работа 7. Приложение 1
9.2	Коническая поверхность. Эллипсоид. Метод сечений. Гиперболоиды. Параболоиды. Приведение уравнения поверхности к каноническому виду с помощью параллельного переноса системы координат. Поверхности второго порядка. /Пр/	2	12	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Метод проектов. Вопросы к экзамену Контрольная работа 7. Приложение 1
9.3	Подготовка к контрольной работе №7. /Ср/	2	7	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену Контрольная работа 7. Приложение 1
<b>Раздел 10. Раздел 8. Многомерные пространства</b>							
10.1	Многомерные векторные пространства. Евклидово n-мерное векторное пространство. Аффинное n-мерное точечно-векторное пространство Евклидово n- мерное точечно-векторное пространство. Квадратичная форма и приведение ее к каноническому виду. Квадрика и приведение ее к каноническому виду. /Лек/	2	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену
10.2	Аксиоматика многомерных пространств. Уравнение k-мерной плоскости. Квадратичная форма. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Квадрика на плоскости. Приведение квадрики к каноническому виду. Квадрика в трехмерном пространстве и приведение ее уравнения к каноническому виду. /Пр/	2	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену
10.3	Подготовка к выполнению практической работы по приведению квадратичной формы к каноническому виду. /Ср/	2	16	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	Вопросы к экзамену
<b>Раздел 11. Консультации</b>							



11.1	Консультация по дисциплине /Конс/	2	1,8	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	
<b>Раздел 12. Промежуточная аттестация (экзамен)</b>							
12.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	2	34,75	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	
12.2	Контроль СР /КСРАТТ/	2	0,25	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	
12.3	Контактная работа /КонсЭк/	2	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1	Л1.1 Л1.2Л2.2	0	

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Аналитическая геометрия».

2. Фонд оценочных средств включает примерные индивидуальные задания для проведения входного контроля, текущего контроля 1 и 2, контрольные работы, а также примерный перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

### 5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Индивидуальные задания

1 семестр

Задание № 1. Дан параллелограмм  $ABCE$ ,  $O$  – точка пересечения его диагоналей;  $K, M, P, H$  – середины сторон  $AB, BC, CE$  и  $EA$ . Полагая, что  $KM = e_1, KH = e_2$ , выразить через  $e_1$  и  $e_2$  следующие векторы:

В-1.  $PH, BE, BC, EK, EM$ ; В-2.  $PM, AC, AV, BP, AP$ ; В-3.  $OE, CA, AE, KP, BK$ ; В-4.  $EO, AC, CM, AV, KC$ ; В-5.  $HP, OB, MH, CB, AP$ ; В-6.  $AO, BE, PB, AE, BH$ ; В-7.  $MP, EO, PB, MC, KE$ ; В-8.  $OA, BE, EA, BA, ME$ ;

В-9.  $OC, BE, MC, PK, CK$ ; В-10.  $OE, CA, BA, MA, HB$ ; В-11.  $CO, OB, HM, BP, PA$ ; В-12.  $AO, BE, PK, CP, BP$ .

Задание № 2. В треугольнике  $ABC$  векторы  $AK, BM$  и  $CP$  направлены по медианам,  $O$  – точка пересечения медиан. Найти в базисе  $e_1 = AB, e_2 = AO$  координаты векторов:

В-1.  $AK, BC, BM, CP, BM - 2CP, 3BC - AK + 4CP$ ; В-2.  $AP, BK, AC, PC, 2BK + 3AP, AC - 3PC + 2BK$ ; В-3.  $BP, CK, AM, AK, BP - 3CK, 4CK - AK - 2AM$ ; В-4.  $AB, OK, BC, CP, 2AB - 3OK, OK + 3BC - 4CP$ ; В-5.  $OP, MC, PB, PK, OP - 2PB, MC - 2PK + 2OP$ ; В-6.  $MK, MP, BK, OB, 2MK - MP, MP - 3OB + 3BK$ ; В-7.  $OA, KB, MP, OC, OA - 2KB, 2MP - KB + 3OC$ ; В-8.  $OB, KC, PB, OM, KC + PA, 2OM + 3OB - KC$ ; В-9.  $OM, CM, AK, OK, 2OM + 3CM, CM - 3AK + 3OK$ ; В-10.  $BO, PM, CO, BM, BO - 2PM, PM - 3CO + 4BM$ ; В-11.  $MO, MA, KO, CA, MO + 3MA, KO + 3CA - 3MA$ ;

В-12.  $KA, BP, AC, BC, BP - KA, AC + 4BC - 3BP$ .

Задание № 3. В параллелепипеде  $ACBEA_1B_1C_1E_1$  точки  $K, M, P, H$  являются серединами боковых ребер. Принимая за базис пространства векторы  $e_1 = AB, e_2 = AE, e_3 = AK$ , вычислить координаты следующих троек векторов и показать, что они компланарны

В-1.  $BP, A_1H, AE_1$ ; В-2.  $KP, AC_1, CK$ ; В-3.  $B_1E_1, BE_1, HB$ ; В-4.  $EP, PH, A_1B$ ; В-5.  $B_1E, AC_1, AB_1$ ; В-6.  $A_1C, BE_1, BC$ ; В-7.  $B_1E, A_1C, CE$ ; В-8.  $BH, BP, AP$ ; В-9.  $BE_1, AC_1, BC_1$ ; В-10.  $KC, BH, BK$ ;

В-11.  $AM, CP, CH$ ; В-12.  $HM, AC, CE$ .

Задание № 4. В пространстве даны векторы:  $a(1; -2; 2), b(-3; 1; 4), c(2; -3; 1)$ . Найти скалярные произведения:

B-1.  $ab, (a + 2b)c, (a - b)(b + 3c)$ ; B-2.  $bc, (2a - b)c, (2b - 3c)(a + c)$ ; B-3.  $ac, (a + b)c, (3a - b)(b + 2c)$ ; B-4.  $2ab, b(a - 2c), (a + b)(2a - b)$ ; B-5.  $2bc, a(b - 3c), (2a + b)(a - c)$ ; B-6.  $2ac, (a - b)c, (3a - b)(b + 2c)$ ; B-7.  $ab, 2(a + c)b, (b - c)(2a + 3c)$ ; B-8.  $4ac, (a + 2b)c, (a - b)(b + 2c)$ ; B-9.  $bc, c(2a - b), (2a - c)(b + c)$ ; B-10.  $ab, (2a + b)c, (a + b)(b + c)$ ; B-11.  $bc, (a - b)c, (b - 4c)(a + c)$ ; B-12.  $2ac, (a + b)c, (a + b)(b - 2c)$ .

В следующих заданиях вместо параметра  $P$  подставьте номер вашего варианта.

Задание № 5. На плоскости дан четырехугольник  $ABCE$ . Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны, если известны координаты векторов  $AB(P; 2P-2)$ ,  $BC(1-2P; 3-P)$ ,  $CE(3P; 2P-4)$ .

Задание № 6. Найти координаты точки пересечения медиан и длины сторон треугольника  $ABC$ , если даны координаты его вершин  $A(-P; P-4)$ ,  $B(P; 6-P)$ ,  $C(P-6; -P)$ .

Задание № 7. Проверьте, является ли четырехугольник  $ABCE$  с вершинами  $A(P-1; P-1)$ ,  $B(P-2; P+4)$ ,  $C(P-7; P+5)$ ,  $E(P-6; P)$  является ромбом?

Задание № 8. Построить в обобщенной полярной системе координат следующие точки и найти расстояния  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ :  $A(2; 0)$ ,  $B(3; \square/6)$ ,  $C(1; -5/6\square)$ ,  $K(-2; 2/3\square)$ .

Задание № 9. Составить уравнение множества точек, сумма квадратов расстояний которых до двух точек  $A(P-4; 6-P)$  и  $B(P+2; -P)$  равна 100.

Задание № 10. Написать уравнение окружности, концами диаметра которой являются точки  $A(P-5; 5-P)$ ,  $B(P; 7-P)$ .

Задание № 11. Найти координаты центра и радиус окружности  $x^2 + y^2 - 2Px + (2P-2)y + P^2 = 0$ .

Задание № 12. Дан параллелограмм  $ABCE$ ,  $O$  – точка пересечения его диагоналей. Написать формулы преобразования координат при переходе от аффинного репера  $R = (A; e_1; e_2)$ , где  $e_1 = AB$ ,  $e_2 = AE$  к реперу  $R\square = (O; e_1\square; e_2\square)$ , где  $e_1\square = OC$ ,  $e_2\square = OE$ .

Задание № 13. В прямоугольной декартовой системе координат задано уравнение окружности  $x^2 + y^2 - 2Px + (2P-2)y + P^2 = 0$ .

Написать уравнение этой окружности в прямоугольной декартовой системе, полученной из данной, поворотом на  $60^\circ$ .

Задание № 14. Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(P; P-6)$ ,  $B(3; P-2)$ ,  $C(-2; P-4)$ . Написать: а) параметрические уравнения его сторон, б) канонические уравнения медиан, в) общие уравнения высот.

Задание № 15. Даны уравнения двух сторон прямоугольника  $x - 2y - 2P = 0$ ,  $x - 2y + 2P = 0$  и уравнение одной диагонали  $2x - y - 2P = 0$ . Найти координаты вершин прямоугольника и уравнение другой диагонали.

Задание № 16. Найти координаты точки  $M\square$ , симметричной точке  $M(P + 3; P + 1)$  относительно прямой  $x + y - P = 0$ .

Задание № 17. Точка  $A(P; 5 - P)$  является вершиной квадрата, одна из его сторон лежит на прямой  $4x + 3y + 4P = 0$ .

Вычислить площадь квадрата.

Задание № 18. Даны две противоположные вершины квадрата  $A(P; 7 - P)$ ,  $C(-P; 2P - 10)$ . Составить уравнения его сторон.

Задание № 19. В треугольнике  $ABC$  даны уравнения сторон ( $AB$ ):  $x - 3y - 5P = 0$ , ( $BC$ ):  $x - P = 0$ , ( $AC$ ):  $3x - y + P = 0$ .

Написать уравнение биссектрисы угла  $A$  треугольника  $ABC$ .

Задание № 20. Дан эллипс  $Px^2 + 16y^2 = 4P$ . Найти его полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет и уравнения директрис. Изобразить данный эллипс в системе координат.

Задание № 21. Составить уравнение эллипса в канонической системе координат, если его эксцентриситет равен  $\frac{1}{2}$ , а расстояние между директрисами равно  $2P/3$ .

Задание № 22. Составить каноническое уравнение гиперболы, если ее асимптоты имеют уравнения  $Px + (P + 2)y = 0$ , а расстояние между фокусами равно  $2P + 1$ .

Задание № 23. Дана парабола  $y^2 = 2Px$ . Найти координаты ее фокуса, написать уравнение директрисы.

Задание № 24. Составить уравнение параболы, если даны координаты ее фокуса  $F(6 - P; 12 - P)$  и уравнение директрисы  $d: Px + y = 0$ .

Задание № 25. С помощью поворота прямоугольной декартовой системы координат привести данное уравнение кривой к каноническому виду. Написать формулы преобразования и изобразить кривую на чертеже:

$$(2 - 3P)x^2 + 6Pxy + (2 + 5P)y^2 + 2 + 6P = 0.$$

Задание № 26. С помощью параллельного переноса системы координат привести к каноническому виду следующее уравнение кривой. Записать формулы преобразования и изобразить кривую на чертеже:  $(P + 11)x^2 + (P - 7)y^2 - (2P + 22)x + (4P - 28)y + 4P - 28 = 0$ .

Задание № 27. Привести данное уравнение кривой к каноническому виду, Записать формулы преобразования и изобразить на чертеже:  $9x^2 - 6xy + y^2 + 6Px - 2Py + P^2 = 0$ .

Задание № 28. Составить формулы аффинного преобразования, зная, что точки  $A(0; 0)$ ,  $B(1; 0)$ ,  $C(0; 1)$  переходят в точки  $A(P; P)$ ,  $B(2P; 8 - P)$ ,  $C(-P; P - 6)$ .

Задание № 29. Аффинное преобразование задано формулами:

Найти образы точки  $A(-P; 2P - 14)$  и прямой  $Px - y + 2P = 0$ , а также инвариантные точки преобразования.

Задание № 30. Найти координаты образа точки  $A(P; 9 - P)$  при гомотетии с центром  $C(-P; 2P - 10)$  и коэффициентом  $k = 3$ .

#### Критерии оценки

Отметка «отлично», 84-100%, повышенный уровень. Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.

Отметка «хорошо», 66-83%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Отметка «удовлетворительно», 50-65%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил знание основного учебно-

программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допускает неточности, обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством. Отметка «неудовлетворительно», менее 50%, уровень не сформирован. Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, не умеет выделить главное и делать выводы.

### Контрольные работы

#### 1 семестр

#### Контрольная работа №1. Векторы и действия над ними

1. Дан параллелограмм  $ABCE$ ,  $O$  – точка пересечения его диагоналей;  $K, M, P, H$  – середины сторон  $AB, BC, CE$  и  $EA$ .

Полагая, что  $KM = e_1$ ,  $KN = e_2$ , выразить через  $e_1$  и  $e_2$  следующие векторы:

- В-1.  $PH, BE, BC, EK, EM$ ; В-2.  $PM, AC, AB, BP, AP$ ;  
 В-3.  $OE, CA, AE, KP, BK$ ; В-4.  $EO, AC, CM, AB, KC$ ;  
 В-5.  $HP, OB, MH, CB, AP$ ; В-6.  $AO, BE, PB, AE, BH$ ;  
 В-7.  $MP, EO, PB, MC, KE$ ; В-8.  $OA, BE, EA, BA, ME$ ;  
 В-9.  $OC, BE, MC, PK, CK$ ; В-10.  $OE, CA, BA, MA, HB$ .

2. В треугольнике  $ABC$  векторы  $AK, BM$  и  $CP$  направлены по медианам,  $O$  – точка пересечения медиан. Найти в базисе  $e_1 = AB, e_2 = AO$  координаты векторов:

- В-1.  $AK, BC, BM, CP, BM - 2CP, 3BC - AK + 4CP$ ;  
 В-2.  $AP, BK, AC, PC, 2BK + 3AP, AC - 3PC + 2BK$ ;  
 В-3.  $BP, CK, AM, AK, BP - 3CK, 4CK - AK - 2AM$ ;  
 В-4.  $AB, OK, BC, CP, 2AB - 3OK, OK + 3BC - 4CP$ ;  
 В-5.  $OP, MC, PB, PK, OP - 2PB, MC - 2PK + 2OP$ ;  
 В-6.  $MK, MP, BK, OB, 2MK - MP, MP - 3OB + 3BK$ ;  
 В-7.  $OA, KB, MP, OC, OA - 2KB, 2MP - KB + 3OC$ ;  
 В-8.  $OB, KC, PB, OM, KC + PA, 2OM + 3OB - KC$ ;  
 В-9.  $OM, CM, AK, OK, 2OM + 3CM, CM - 3AK + 3OK$ ;  
 В-10.  $BO, PM, CO, BM, BO - 2PM, PM - 3CO + 4BM$ .

1. Объем тетраэдра равен 5. Три его вершины находятся в точках  $A(2,1,-1), B(3,0,1), C(2,-1,3)$ . Найти координаты четвертой вершины  $D$ , если известно, что она лежит на оси ординат.

2. В параллелепипеде  $ACBEA_1B_1C_1E_1$  точки  $K, M, P, H$  являются серединами боковых ребер. Принимая за базис пространства векторы  $e_1 = AB, e_2 = AE, e_3 = AK$ , вычислить координаты следующих троек векторов и выяснить, являются ли они компланарными:

- В-1.  $BP, A_1H, AE_1$ ; В-2.  $KP, AC_1, CK$ ;  
 В-3.  $B_1E_1, BE_1, HB$ ; В-4.  $EP, PH, A_1B$ ;  
 В-5.  $B_1E, AC_1, AB_1$ ; В-6.  $A_1C, BE_1, BC$ ;  
 В-7.  $B_1E, A_1C, CE$ ; В-8.  $BH, BP, AP$ ;  
 В-9.  $BE_1, AC_1, BC_1$ ; В-10.  $KC, BH, BK$ .

3. В пространстве даны векторы:  $a(1; -2; 2), b(-3; 1; 4), c(2; -3; 1)$ . Найти скалярные произведения:

- В-1.  $ab, (a-b)(b+3c)$ ; В-2.  $bc, (2b-3c)(a+c)$ ; В-3.  $ac, (3a-b)(b+2c)$ ; В-4.  $2ab, (a+b)(2a-b)$ ; В-5.  $2bc, (2a+b)(a-c)$ ; В-6.  $2ac, (3a-b)(b+2c)$ ; В-7.  $ab, (b-c)(2a+3c)$ ; В-8.  $4ac, (a-b)(b+2c)$ ; В-9.  $bc, (2a-c)(b+c)$ ; В-10.  $ab, (a+b)(b+c)$ .

#### Контрольная работа №2. Уравнение прямой на плоскости

1. На плоскости заданы три точки  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$ .

- 1 вариант  $A(-2; 0), B(2; 4), C(4; 0)$   
 2 вариант  $A(0; -3), B(12; 3), C(6; 9)$   
 3 вариант  $A(6; 1), B(2; 7), C(-2; 5)$   
 4 вариант  $A(-1; -1), B(4; 2), C(8; -2)$   
 5 вариант  $A(1; 3), B(7; 2), C(-1; -2)$   
 6 вариант  $A(-3; -1), B(1; 4), C(5; -2)$   
 7 вариант  $A(2; 2), B(6; -4), C(2; -4)$   
 8 вариант  $A(3; -1), B(-2; 1), C(2; 3)$   
 9 вариант  $A(-2; -4), B(6; -1), C(4; 1)$   
 10 вариант  $A(-1; 0), B(5; 2), C(1; 4)$

Найдите:

- уравнения и длины сторон треугольника  $ABC$ ;
- уравнение высоты треугольника, опущенной из точки  $C$ ;
- уравнение медианы треугольника, проведенной из вершины  $B$ ;
- уравнение прямой, содержащей биссектрису угла  $A$ ;  
уравнение прямой, проходящей через вершину  $B$  и параллельной прямой  $AC$ ;
- уравнение средней линии треугольника  $ABC$ , параллельной  $BC$ ;
- внутренние углы треугольника  $ABC$ ;
- координаты центра тяжести треугольника  $ABC$ ;
- площадь треугольника  $ABC$ ;
- центр вписанной окружности;
- центр описанной около треугольника  $ABC$  окружности.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1; 2)$ : а) параллельно прямой  $2x + 5y + 1 = 0$ ; б) перпендикулярно прямой  $x - y - 4 = 0$ ; в) под углом  $45^\circ$  к прямой  $2x + 3y + 4 = 0$ .
3. Составить уравнение окружности с центром  $S(1; 2)$  и касающейся прямой  $2x - 3y - 1 = 0$ .
4. Указать пары параллельных, пересекающихся, перпендикулярных прямых:  $L1: 2x - y - 1 = 0$ ,  $L2: 4x - 2y - 5 = 0$ ,  $L3: x + 2y - 3 = 0$ ,  $L4: 3x - 5y - 1 = 0$ .
- В следующих заданиях вместо параметра  $P$  подставьте номер вашего варианта.
5. На плоскости дан четырехугольник  $ABCE$ . Выяснить, являются ли его диагонали взаимно перпендикулярными, если известны координаты векторов  $\vec{AB}(P; 2P-2)$ ,  $\vec{BC}(1-2P; 3-P)$ ,  $\vec{CE}(3P; 2P-4)$ .
6. Дан тетраэдр  $ABCE$ . Найти объем тетраэдра, площади граней  $ABC$  и  $ABE$  и угол между ними, длину высоты  $AH$  тетраэдра, длину высоты  $BK$  грани  $ABC$ , угол между ребрами  $AC$  и  $AB$ . Координаты вершин тетраэдра:  $A(P; 1; 0)$ ,  $B(P+1; 0; 5)$ ,  $C(0; P; -1)$ ,  $E(1; 2; -3)$ .

Контрольная работа №3. Кривые второго порядка.

В следующих заданиях вместо параметра  $P$  подставьте номер вашего варианта.

1. Дана кривая второго порядка. 1) Приведите кривую к каноническому виду и определите ее вид. 2) Вычислите координаты фокусов. 3) Напишите уравнения директрис. 4) Напишите уравнение касательной, проходящей через точку  $A(2; -3)$ . 5) Определите, имеет ли кривая центр. 6) Найдите векторы асимптотического направления для данной кривой. 7) Выполните чертеж.

1 вариант	$9x^2 + 13y^2 + 18xy + 18x + 22y - 11 = 0$
2 вариант	$7x^2 - 32y^2 + 20xy + 30x + 12y + 63 = 0$
3 вариант	$25x^2 + 40y^2 - 52xy + 66x - 60y + 9 = 0$
4 вариант	$13x^2 + 18y^2 + 42xy + 36x + 36y = 0$
5 вариант	$5x^2 - 27y^2 - 6xy - 16x - 48y - 36 = 0$
6 вариант	$40x^2 + 25y^2 + 52xy + 88x + 68y + 16 = 0$
7 вариант	$8x^2 + 17y^2 + 20xy + 24x + 36y + 16 = 0$
8 вариант	$x^2 + 9y^2 + 6xy - 6x - 6y - 12 = 0$
9 вариант	$3x^2 + 35y^2 + 22xy - 4x - 4y = 0$
10 вариант	$17x^2 + 8y^2 - 20xy + 50x - 28y + 33 = 0$

2. Дан эллипс  $Px^2 + 16y^2 = 4P$ . Найти его полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет и уравнения директрис.

Изобразить данный эллипс в системе координат.

3. Составить уравнение параболы, если даны координаты ее фокуса  $F(6-P; 12-P)$  и уравнение директрисы  $d: Px + y = 0$ .
4. Написать уравнение гиперболы, проходящей через точку  $(1; 2)$ , асимптотами которой служат прямые
5. Написать уравнение линии второго порядка, центр которой находится в точке  $K(1; 2)$  а одной из директрис служит прямая  $x = 2$ , зная, что линия проходит через точку  $M(5; 6)$ .
6. Не приводя к каноническому виду найти: 1) центр линии; 2) асимптотические направления; 3) написать уравнение касательной к кривой, проходящей через выбранную точку; 4) диаметр, проходящий через начало координат; 5) диаметр, сопряженный вектору ; 6) уравнения главных диаметров.

Контрольная работа №4. Преобразования плоскости.

1. Построить образ  $\square ABC$ :  $A(-1; 2)$ ;  $B(3; 4)$ ;  $C(5; 0)$ :

а) при повороте на угол  $90^\circ$  вокруг начала координат;

б) при переносе на вектор  $(0; -2)$ ;

в) центральной симметрии относительно точки  $S(1; -1)$ ;

г) осевой симметрии относительно прямой  $l: x + y = 0$ ;

д) гомотетии с центром  $S(1; -1)$  и  $k = -1/2$

2. Определить вид преобразования:

а) б) в) г)

3. Найти уравнение оси симметрии, при которой точка  $M(1; -2)$  переходит в точку  $M'(3; 4)$ .

4. Найти центр симметрии, при которой точка  $M(-3; 4)$  переходит в точку  $M'(1; 2)$ .

5. Написать формулы центральной симметрии относительно точки  $S(2; -1)$ .

6. Написать формулы параллельного переноса с вектором .

7. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(-1; 2)$  переходит в точку  $M'(3; 4)$

8. Написать формулы осевой симметрии с осью  $l: 2x + 3 = 0$

9. Написать формулы поворота с центром  $S(1; 3)$  на угол  $60^\circ$ .

10. Даны окружности  $\square 1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$  и  $\square 2: (x+2)^2 + (y-4)^2 = 9$ ;  $\square ABC$  и  $\square$ :  $A(2; 1)$ ,  $B(3; -2)$ ,  $C(1; 0)$ . Найти центр и коэффициент гомотетии, при которой: а)  $\square 1 \square \square 2$ ; б)  $\square 2 \square \square 1$ ;

в)  $\square ABC \square \square$  г)  $\square \square \square ABC$

2 семестр

Контрольная работа №5.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

1. Даны векторы :  $a(1; -2; 4)$ ,  $b(-3; 4; 0)$ ,  $c(2; -3; 5)$ . Найти векторные произведения:  $[ab]$ ,  $[bc]$ ,  $[ac]$ ,  $[b, 3c]$ ,  $[2a + b, c]$ .

2. Найдите смешанное произведение векторов  $u = (1, 3, -1)$ ,  $v = (-2, 0, 3)$  и  $w = (4, 1, 0)$  и определите, правой или левой является эта тройка векторов.

3. Даны вершины тетраэдра  $A(2; -1; 1)$ ;  $B(5; 5; 4)$ ;  $C(3; 2; -1)$ ;  $D(4; 1; 3)$ . Найти объем тетраэдра и площадь грани  $ABC$ .

4. Вычислите площадь треугольника  $ABC$  и длину высоты  $AH$ , если  $A(2; 1; 0)$ ,  $B(-3; -6; 4)$ ,  $C(-2; 4; 1)$ .

5. В треугольной призме  $ABCA'B'C'$  векторы  $AB(0; 1; -1)$  и  $AC(2; -1; 4)$  определяют основание, а вектор  $AA'(-3; 2; 2)$  направлен по боковому ребру. Найти а) объем призмы; б) площади граней; в) высоту; г) угол между ребрами  $B'C'$  и  $AA'$ .

Контрольная работа №6. Уравнение плоскости и прямой в пространстве.

Взаимное расположение прямых и плоскостей.

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $C$ , делящую отрезок  $AB$  в отношении  $\square = -$ , перпендикулярно к прямой  $k$ : , где  $A(-1; 2; 4)$ ,  $B(15; 12; -6)$ .
2. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной отрезку  $O_1O_2$  и проходящей через его середину, где  $O_1$  и  $O_2$  – центры сфер  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ .  
 $\Phi_1: (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 16$  и  $\Phi_2: (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$ .
3. Как расположены прямые  $k$  и  $m$ : в пространстве  $E_3$ ?
4. Найти координаты любой точки, лежащей на проекции прямой  $k$ : на плоскость  $\square: x + y + z + 1 = 0$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей  $\square: 4x + y + 3z + 4 = 0$  и  $\square: 2x - 5y = 0$  и точку  $M(1; 4; 1)$ .
6. Через точку пересечения плоскости  $: 2x - 3y + z - 1 = 0$  и оси  $(OY)$  провести прямую, параллельную прямой  $k$ : .
7. Найдите расстояние от точки  $A(2; -4; 5)$  до плоскости, проходящей через точки  $B(-3; 4)$ ,  $C(5; 5; -1)$ ,  $D(1; -2; 2)$ .

С целью контроля знаний студентов по теме «Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей» можно провести контрольную работу по вариантам.

Вариант 1

1. Даны вершины пирамиды  $ABCD$ :  $A(1; 0; 3)$ ,  $B(0; 2; 5)$ ,  $C(-1; 3; 2)$ ,  $D(5; 0; 2)$ . Найти а) уравнение грани  $ABC$ , б) уравнение прямой  $AB$ , в) уравнение высоты  $DH$ , г) уравнение плоскости, проходящей через точку  $C$  параллельно грани  $ABD$ , д) вычислить косинус угла между прямыми  $AB$  и  $BD$ , е) вычислить длину высоты  $DH$ .
2. Найти расстояние от точки  $M(2; -1; 3)$  до прямой
3. Составить уравнение плоскости, которая проходит через прямую пересечения плоскостей перпендикулярно плоскости
4. Даны вершины треугольника  $A(-6; 3)$ ,  $B(8; 10)$ ,  $C(2; -6)$  и прямая. Определить, какие стороны треугольника пересекаются данной прямой.

Вариант 2

1. Даны вершины пирамиды  $ABCD$ :  $A(4; 2; 0)$ ,  $B(1; -1; 3)$ ,  $C(0; 2; 1)$ ,  $D(-1; -1; 2)$ . Найти а) уравнение грани  $ABC$ , б) уравнение прямой  $AC$ , в) уравнение высоты  $DH$ , г) уравнение плоскости, проходящей через точку  $A$  параллельно грани  $BDC$ , д) вычислить косинус угла между прямыми  $AB$  и  $BC$ , е) вычислить длину высоты  $DH$ .
2. Определите взаимное расположение прямой, заданной как пересечение двух плоскостей и плоскости
3. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую и перпендикулярной плоскости
4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых и параллельно прямой

Вариант 3

1. Даны вершины пирамиды  $ABCD$ :  $A(1; 0; -4)$ ,  $B(0; 2; 3)$ ,  $C(-1; 1; 5)$ ,  $D(1; 0; 6)$ . Найти а) уравнение грани  $ABC$ , б) уравнение прямой  $AB$ , в) уравнение высоты  $DH$ , г) уравнение плоскости, проходящей через точку  $C$  параллельно грани  $ABD$ , д) вычислить косинус угла между прямыми  $AB$  и  $BD$ , е) вычислить длину высоты  $DH$ .
2. Найти расстояние от точки  $M(2; 1; -1)$  до прямой
3. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямые
4. Даны уравнения двух сторон прямоугольника и одна из его вершин  $A(-2, 1)$ . Найти площадь прямоугольника.

Вариант 4

1. Даны вершины пирамиды  $ABCD$ :  $A(1; 1; 3)$ ,  $B(5; 2; 0)$ ,  $C(-1; 0; 1)$ ,  $D(-1; 3; 2)$ . Найти а) уравнение грани  $ABC$ , б) уравнение прямой  $AD$ , в) уравнение высоты  $DH$ , г) уравнение плоскости, проходящей через точку  $B$  параллельно грани  $ACD$ , д) вычислить косинус угла между прямыми  $AB$  и  $AC$ , е) вычислить длину высоты  $DH$ .
2. Найти проекцию точки  $A(3; 2; -1)$  на плоскость
3. Определить взаимное расположение прямых .
4. Через точку  $M(1; 2)$  провести прямую так, чтобы она прошла на равных расстояниях от точек  $A(3; 3)$  и  $B(5; 2)$ .

Контрольная работа №7. Поверхности второго порядка.

1. Назвать поверхность и изобразить ее:  
а)  $x^2 + z^2 = 2y$ ; б)  $-y^2 + x^2 = 2z$ ; в)  $4x^2 + y^2 + 8z^2 - 16 = 0$ ; г)  $+1$ .
  2. Исследовать уравнение поверхности второго порядка методом сечений, определить вид поверхности и схематически изобразить в прямоугольной декартовой системе координат. Сделать чертеж.
- |           |                                    |
|-----------|------------------------------------|
| 1 вариант | $144x^2 + 64y^2 + 36z^2 - 567 = 0$ |
| 2 вариант | $16x^2 + 4y^2 - z^2 + 16 = 0$      |
| 3 вариант | $16x^2 - 4y^2 + 8z^2 = 64$         |
| 4 вариант | $5x^2 + y^2 + 25z^2 - 25 = 0$      |
| 5 вариант | $x^2 + y^2 - 4z^2 + 4 = 0$         |
| 6 вариант | $9y^2 - z^2 + 4x^2 + 36 = 0$       |
| 7 вариант | $x^2 + 4y^2 - 4z^2 + 16 = 0$       |

8 вариант	$x^2 + 4y^2 - 16z = 0$
9 вариант	$2x^2 - z = 0$
10 вариант	$-x^2 = 32y - 4z^2$

#### Критерии оценки контрольной работы

Оценка «отлично» выставляется, если студент имеет глубокие знания учебного материала по теме контрольной работы, показывает усвоение взаимосвязи основных понятий используемых в работе, смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы. Студент демонстрирует знания теоретического и практического материала по теме практической работы, определяет взаимосвязи между показателями задачи, даёт правильный алгоритм решения, определяет междисциплинарные связи по условию задания.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент показал знание учебного материала, усвоил основную литературу, смог ответить почти полно на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы. Студент демонстрирует знания теоретического и практического материала по теме контрольной работы, допуская незначительные неточности при решении задач, имея неполное понимание междисциплинарных связей при правильном выборе алгоритма решения задания.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом освоил материал контрольной работы, ответил не на все уточняющие и дополнительные вопросы. Студент затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, даёт неполный ответ, требующий наводящих вопросов преподавателя, выбор алгоритма решения задачи возможен при наводящих вопросах преподавателя.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала контрольной работы, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить на уточняющие и дополнительные вопросы. Студент даёт неверную оценку ситуации, неправильно выбирает алгоритм действий.

### 5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

#### Темы курсовых работ

1. Коническая поверхность. Определение, вывод уравнения.
2. Поверхность вращения. Определение, вывод уравнения.
3. Эллиптический параболоид.
4. Эллипсоид.
5. Двухполостный гиперболоид.
6. Однополостный гиперболоид.
7. Векторное  $n$ -мерное пространство  $V_n$ . Аксиомы, следствия.
8. Определение  $k$ -мерной плоскости и способы ее задания.
9. Определение и аксиомы пространства  $A_n$ . Основные понятия и следствия.
10. Евклидово векторное  $n$ -мерное пространство  $E_n$ .
11. Евклидово  $n$ -мерное точечно-векторное пространство. Аксиомы, следствия.
12. Гиперболический параболоид.
13. Билинейная форма. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
14. Определение квадратики. Квадрика в  $A_2$  и  $A_3$ . Центр квадратики.
15. Канонические уравнения 17 видов квадратики.

#### Критерии оценки:

- оценка «отлично» (повышенный уровень), "ЗАЧТЕНО": выставляется студенту, если продемонстрировано глубокое и прочное усвоение материала, т.е. последовательно, грамотно и логически стройно изложен ответ на теоретический вопрос, выполнено самостоятельно практическое умение;
- оценка «хорошо» (пороговый уровень), "ЗАЧТЕНО": выставляется студенту, если продемонстрировано достаточно полное усвоение материала, т.е. показал прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи умения, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты расчетов или эксперимента что определяет;
- оценка «удовлетворительно», "ЗАЧТЕНО" выставляется студенту, если продемонстрировано общее знание материала, т.е. в ответе на теоретические вопросы студент допускает ошибки, ответ неполный, затрудняется в формулировке определений соответствующих терминов, однако может привести пример; в большинстве примеров практической части допускает ошибки, которые исправляет при помощи наводящих вопросов преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно», "НЕЗАЧТЕНО" (уровень не сформирован): выставляется студенту, если продемонстрировано не знание материала, не владение понятийным аппаратом, т.е. при ответе студента выявились существенные пробелы в знаниях студента основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины. Студент не владеет теоретическими сведениями по указанным вопросам, затрудняется в приведении примеров, большая часть практического умения выполнена неверно, студент затрудняется в исправлении ошибок.

### 5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

1 семестр

Вопросы к экзамену

1. Определение вектора.
2. Операции над векторами (сложение и вычитание). Свойства.
3. Умножение вектора на число. Свойства.
4. Линейная зависимость векторов. Свойства.
5. Коллинеарные и компланарные вектора. Условия коллинеарности и компланарности векторов.
6. Базис. Координаты вектра в базисе.
7. Теорема о линейной комбинации векторов.
8. Скалярное произведение векторов и его свойства.
9. Вычисление скалярного произведения векторов. Длина вектора, угол между векторами.
10. Деление отрезка в данном отношении.
11. Преобразование аффинного репера в аффинный репер.
12. Полярная система координат. Связь полярной и декартовой систем координат.
13. Уравнение прямой (все виды).
14. Угол между прямыми (косинус, тангенс). Расположение прямой относительно системы координат.
15. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
16. Расстояние от точки до прямой.
17. Определение и геометрические свойства эллипса.
18. Вывод уравнения эллипса.
19. Определение и геометрические свойства гиперболы.
20. Вывод уравнения гиперболы.
21. Определение, вывод уравнения и геометрические свойства параболы.
22. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы (без вывода).
23. Директориальное свойство эллипса (с выводом).
24. Общее уравнение кривой второго порядка. Нахождение угла поворота при упрощении уравнения.
25. Девять типов кривой второго порядка.
26. Определение диаметра. Уравнение диаметра.
27. Центр кривой второго порядка.
28. Пересечение кривой второго порядка с прямой.
29. Определение сопряженных диаметров. Условие сопряженности.
30. Вывод уравнения касательной.
31. Асимптота. Уравнение асимптоты.
32. Преобразование плоскости. Группа преобразований.
33. Движения I и II рода. Виды движений. Матрица движения. Свойства движения.
34. Осевая симметрия. Свойства. Аналитическое задание.
35. Группа преобразований подобия и ее подгруппы. Аналитическое задание.
36. Гомотетия и ее свойства. Связь гомотетии и подобия. Аналитическое задание.
37. Группа аффинных преобразований плоскости. Свойства, аналитическое задание.
38. Поворот и его свойства. Аналитическое задание поворота.
39. Параллельный перенос и его свойства. Аналитическое задание. Доказать, что множество переносов образуют группу.

#### 40. Классификация всех преобразований.

#### Критерии оценки зачета

Зачтено, 50-100%. Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины.

Не зачтено, менее 50%, уровень не сформирован. Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, не справился с выполнением, заданий не умеет выделить главное и делать выводы.

#### 2 семестр.

#### Вопросы к экзамену

41. Координаты векторов и точек в пространстве. Аффинная система и ПДСК.
42. Смешанное произведение векторов. Определение и свойства.
43. Векторное произведение векторов. Определение, свойства, геометрический смысл.
44. Нахождение координат вектора векторного произведения.
45. Геометрический смысл смешанного произведения.
46. Основные виды уравнений плоскости.
47. Преобразование аффинных реперов в АЗ.
48. Исследование общего уравнения плоскости. Расположение плоскости относительно системы координат.
49. Расстояние от точки до плоскости.
50. Угол между плоскостями.
51. Уравнение прямой в пространстве.
52. Взаимное расположение прямых в пространстве.
53. Взаимное расположение 2-х плоскостей в пространстве.
54. Цилиндрическая поверхность. Определение, вывод уравнения.
55. Коническая поверхность. Определение, вывод уравнения.
56. Поверхность вращения. Определение, вывод уравнения.

57. Эллиптический параболоид.
58. Эллипсоид.
59. Двухполостный гиперболоид.
60. Однополостный гиперболоид.
61. Векторное  $n$ -мерное пространство  $V_n$ . Аксиомы, следствия.
62. Определение  $k$ -мерной плоскости и способы ее задания.
63. Определение и аксиомы пространства  $A_n$ . Основные понятия и следствия.
64. Евклидово векторное  $n$ -мерное пространство  $E_n$ .
65. Евклидово  $n$ -мерное точечно-векторное пространство. Аксиомы, следствия.
66. Гиперболический параболоид.
67. Билинейная форма. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
68. Определение квадратики. Квадрика в  $A_2$  и  $A_3$ . Центр квадратики.
69. Канонические уравнения 17 видов квадрик.
70. Теорема о приведении общего уравнения поверхности 2-го порядка к каноническому виду.

#### Критерии оценки экзамена

Отметка «отлично», 84-100%, повышенный уровень. Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.

Отметка «хорошо», 66-83%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Отметка «удовлетворительно», 50-65%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допускает неточности, обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством.

Отметка «неудовлетворительно», менее 50%, уровень не сформирован. Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, не умеет выделить главное и делать выводы.

#### Контрольные тесты и задания:

Название вопроса: 1 (УК-1)

Формулировка вопроса: Аналитическая геометрия в пространстве – раздел геометрии, в котором геометрические фигуры и их свойства исследуются средствами алгебры?

Варианты ответов: 1) верно; 2) неверно

Ключ: верно

Название вопроса: 2 (УК-1)

Формулировка вопроса: Смешанное произведение трех векторов равно нулю, следовательно векторы

Варианты ответов: 1) ортогональны; 2) лежат в одной плоскости; 3) перпендикулярны; 4) сонаправлены

Ключ: 2

Название вопроса: 3 (УК-1)

Формулировка вопроса: Выберите верные соответствия:

Ключ: Значение Верный ответ

Скалярное произведение векторов равно нулю – ортогональны

Скалярное произведение векторов больше нуля – угол между векторами острый

Скалярное произведение векторов меньше нуля – угол между векторами тупой

Название вопроса: 4 (УК-1)

Формулировка вопроса: Верно ли утверждение, что два нулевых направленных отрезка всегда равны между собой?

Варианты ответов: 1) верно; 2) неверно; 3) частично; 4) затрудняюсь ответить

Ключ: верно

Название вопроса: 5 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Верно ли, что направленные отрезки, расположенные на одной прямой или на параллельных прямых, называются коллинеарными?

Варианты ответов: 1) верно; 2) неверно; 3) частично; 4) затрудняюсь ответить

Ключ: верно

Название вопроса: 6 (УК-1)

Формулировка вопроса: Выберите верные соответствия:

Ключ: Поверхность второго порядка. Утверждение.

Однополостный гиперболоид – имеет два семейства прямолинейных образующих

Эллиптический параболоид – не имеет прямолинейные образующие

Название вопроса: 7 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Вектором называется класс равных между собой направленных отрезков?

Варианты ответов: 1) верно; 2) неверно



Ключ: верно

Название вопроса: 8 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Чему равна длина вектора  $2a$ , если вектор  $a(4; 3; 0)$ ?

Варианты ответов: 1) 3; 2) 8; 3) 10; 4) 5

Ключ: 4

Название вопроса: 9 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Найдите скалярное произведение векторов  $a(-1; 2; 3)$  и  $b(4; 5; 1)$ .

Варианты ответов: 1) 23; 2) 9; 3) 12; 4) 45

Ключ: 2

Название вопроса: 10 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Плоскости в пространстве параллельны, когда их векторы нормали

Варианты ответов: 1) перпендикулярны; 2) компланарны; 3) ненулевые; 4) коллинеарны

Ключ: 4

Название вопроса: 11 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Если скалярное произведение векторов равно нулю, то они

Варианты ответов: 1) ортогональны; 2) компланарны; 3) ненулевые; 4) коллинеарны

Ключ: 1

Название вопроса: 12 (ОПК-1)

Формулировка вопроса: Угол между двумя векторами в пространстве острый, если их скалярное произведение

Варианты ответов: 1) равно нулю; 2) отрицательно; 3) положительно; 4) не равно нулю

Ключ: 3

Критерии оценки теста

Зачтено, 50-100%. Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины.

Не зачтено, менее 50%, уровень не сформирован. Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, не справился с выполнением, заданий не умеет выделить главное и делать выводы.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Темербекова А.А.	Аналитическая геометрия. Практикум по решению задач: учебное пособие	Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2019	<a href="http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=3437:956&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163">http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=3437:956&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163</a>
Л1.2	Темербекова А. А.	Методика обучения решению задач по аналитической геометрии: учебное пособие для студентов высших учебных заведений	Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2023	<a href="https://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=5525:1150&amp;catid=89:metodika-prepodavaniya&amp;Itemid=154">https://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=5525:1150&amp;catid=89:metodika-prepodavaniya&amp;Itemid=154</a>

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Темербекова А. А., Соловкина И. В.	Подготовка студентов к формам текущего контроля, промежуточной и итоговой аттестации: учебно-методическое пособие для студентов высших учебных заведений	Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2021	<a href="http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=4612:1060&amp;catid=19:pedagogy&amp;Itemid=175">http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=4612:1060&amp;catid=19:pedagogy&amp;Itemid=175</a>
Л2.2	Соловкина И. В., Темербекова А. А., Богданова Р. А., Байгонакова Г. А.	Аналитическая геометрия в пространстве: учебное пособие	Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2023	<a href="https://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=5522:1147&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163">https://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=5522:1147&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163</a>

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.3	Деев М. Е., Байгонакова Г. А., Темербекова А. А., Соловкина И. В.	Исследовательские задачи в школьной математике: учебное пособие	Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2024	<a href="https://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&amp;view=book&amp;id=5610:1180&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163">https://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&amp;view=book&amp;id=5610:1180&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163</a>

### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	SMART Notebook
6.3.1.2	Moodle
6.3.1.3	Internet Explorer/ Edge
6.3.1.4	МойОфис
6.3.1.5	Google Chrome
6.3.1.6	GeoGebra
6.3.1.7	7-Zip
6.3.1.8	
6.3.1.9	MS Office
6.3.1.10	Paint.NET
6.3.1.11	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.12	MS WINDOWS
6.3.1.13	NVDA
6.3.1.14	Яндекс.Браузер
6.3.1.15	LibreOffice
6.3.1.16	РЕД ОС

### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.2	Межвузовская электронная библиотека
6.3.2.3	Электронно-библиотечная система IPRbooks

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	метод проектов	
	проблемная лекция	

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
222 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Переносной проектор, ноутбук, экран
201 Б2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места для обучающихся (по количеству обучающихся), шкаф для учебной литературы, кафедра, интерактивная доска SMART Board 480iv со встроенным проектором V25, ноутбук

207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
--------	---	---

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по освоению дисциплин (модулей)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Самостоятельная работа студентов по подготовке к практическому занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к практическому занятию, рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы.

Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на практическом занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на практическом занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по

применению на уровне межпредметных связей;

- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

**Приложение 1**  
**Фонд оценочных средств**

**Индивидуальные задания**  
**1 семестр**

**Задание № 1.** Дан параллелограмм  $ABCE$ ,  $O$  – точка пересечения его диагоналей;  $K, M, P, H$  – середины сторон  $AB, BC, CE$  и  $EA$ . Полагая, что  $KM = e_1, KH = e_2$ , выразить через  $e_1$  и  $e_2$  следующие векторы:

- |                            |                             |
|----------------------------|-----------------------------|
| В-1. $PH, BE, BC, EK, EM;$ | В-7. $MP, EO, PB, MC, KE;$  |
| В-2. $PM, AC, AB, BP, AP;$ | В-8. $OA, BE, EA, BA, ME;$  |
| В-3. $OE, CA, AE, KP, BK;$ | В-9. $OC, BE, MC, PK, CK;$  |
| В-4. $EO, AC, CM, AB, KC;$ | В-10. $OE, CA, BA, MA, HB;$ |
| В-5. $HP, OB, MH, CB, AP;$ | В-11. $CO, OB, HM, BP, PA;$ |
| В-6. $AO, BE, PB, AE, BH;$ | В-12. $AO, BE, PK, CP, BP.$ |

**Задание № 2.** В треугольнике  $ABC$  векторы  $AK, BM$  и  $CP$  направлены по медианам,  $O$  – точка пересечения медиан. Найти в базисе  $e_1 = AB, e_2 = AO$  координаты векторов:

- В-1.  $AK, BC, BM, CP, BM - 2CP, 3BC - AK + 4CP;$   
В-2.  $AP, BK, AC, PC, 2BK + 3AP, AC - 3PC + 2BK;$   
В-3.  $BP, CK, AM, AK, BP - 3CK, 4CK - AK - 2AM;$   
В-4.  $AB, OK, BC, CP, 2AB - 3OK, OK + 3BC - 4CP;$   
В-5.  $OP, MC, PB, PK, OP - 2PB, MC - 2PK + 2OP;$   
В-6.  $MK, MP, BK, OB, 2MK - MP, MP - 3OB + 3BK;$   
В-7.  $OA, KB, MP, OC, OA - 2KB, 2MP - KB + 3OC$   
В-8.  $OB, KC, PB, OM, KC + PA, 2OM + 3OB - KC;$   
В-9.  $OM, CM, AK, OK, 2OM + 3CM, CM - 3AK + 3OK;$   
В-10.  $BO, PM, CO, BM, BO - 2PM, PM - 3CO + 4BM;$   
В-11.  $MO, MA, KO, CA, MO + 3MA, KO + 3CA - 3MA;$   
В-12.  $KA, BP, AC, BC, BP - KA, AC + 4BC - 3BP.$

**Задание № 3.** В параллелепипеде  $ACBEA_1B_1C_1E_1$  точки  $K, M, P, H$  являются серединами боковых ребер. Принимая за базис пространства векторы  $e_1 = AB, e_2 = AE, e_3 = AK$ , вычислить координаты следующих троек векторов и показать, что они компланарны

- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| В-1. $BP, A_1H, AE_1;$   | В-5. $B_1E, AC_1, AB_1;$ | В-9. $BE_1, AC_1, BC_1;$ |
| В-2. $KP, AC_1, CK;$     | В-6. $A_1C, BE_1, BC;$   | В-10. $KC, BH, BK;$      |
| В-3. $B_1E_1, BE_1, HB;$ | В-7. $B_1E, A_1C, CE;$   | В-11. $AM, CP, CH;$      |
| В-4. $EP, PH, A_1B;$     | В-8. $BH, BP, AP;$       | В-12. $HM, AC, CE.$      |

**Задание № 4.** В пространстве даны векторы:  $a(1; -2; 2), b(-3; 1; 4), c(2; -3; 1)$ . Найти скалярные произведения:

- |   |   |
|---|---|
| В-1. $ab, (a + 2b)c, (a - b)(b + 3c);$  | В-7. $ab, 2(a + c)b, (b - c)(2a + 3c);$ |
| В-2. $bc, (2a - b)c, (2b - 3c)(a + c);$ | В-8. $4ac, (a + 2b)c, (a - b)(b + 2c);$ |
| В-3. $ac, (a + b)c, (3a - b)(b + 2c);$  | В-9. $bc, c(2a - b), (2a - c)(b + c);$  |
| В-4. $2ab, b(a - 2c), (a + b)(2a - b);$ | В-10. $ab, (2a + b)c, (a + b)(b + c);$  |
| В-5. $2bc, a(b - 3c), (2a + b)(a - c);$ | В-11. $bc, (a - b)c, (b - 4c)(a + c);$  |
| В-6. $2ac, (a - b)c, (3a - b)(b + 2c);$ | В-12. $2ac, (a + b)c, (a + b)(b - 2c).$ |

**В следующих заданиях вместо параметра  $P$  подставьте номер вашего варианта.**

**Задание № 5.** На плоскости дан четырехугольник  $ABCE$ . Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны, если известны координаты векторов  $AB(P; 2P-2), BC(1-2P; 3-P), CE(3P; 2P-4)$ .

**Задание № 6.** Найти координаты точки пересечения медиан и длины сторон треугольника  $ABC$ , если даны координаты его вершин  $A(-P; P-4), B(P; 6-P), C(P-6; -P)$ .

**Задание № 7.** Проверьте, является ли четырехугольник  $ABCE$  с вершинами  $A(P-1; P-1), B(P-2; P+4), C(P-7; P+5), E(P-6; P)$  является ромбом?

**Задание № 8.** Построить в обобщенной полярной системе координат следующие точки и найти расстояния АВ, ВС, АС: А(2; 0), В(3;  $\pi/6$ ), С(1;  $-5/6\pi$ ), К(-2;  $2/3\pi$ ).

**Задание № 9.** Составить уравнение множества точек, сумма квадратов расстояний которых до двух точек А(P-4; 6-P) и В(P+2; -P) равна 100.

**Задание № 10.** Написать уравнение окружности, концами диаметра которой являются точки А(P-5; 5-P), В(P; 7-P).

**Задание № 11.** Найти координаты центра и радиус окружности  $x^2 + y^2 - 2Px + (2P-2)y + P^2 = 0$ .

**Задание № 12.** Дан параллелограмм АВСЕ, О – точка пересечения его диагоналей. Написать формулы преобразования координат при переходе от аффинного репера R = (А;  $e_1$ ;  $e_2$ ), где  $e_1 = \overline{AB}$ ,  $e_2 = \overline{AE}$  к реперу R' = (О;  $e_1'$ ;  $e_2'$ ), где  $e_1' = \overline{OC}$ ,  $e_2' = \overline{OE}$ .

**Задание № 13.** В прямоугольной декартовой системе координат задано уравнение окружности  $x^2 + y^2 - 2Px + (2P-2)y + P^2 = 0$ .

Написать уравнение этой окружности в прямоугольной декартовой системе, полученной из данной, поворотом на  $60^\circ$ .

**Задание № 14.** Даны вершины треугольника АВС: А (P; P-6), В (3; P-2), С (-2; P-4). Написать: а) параметрические уравнения его сторон, б) канонические уравнения медиан, в) общие уравнения высот.

**Задание № 15.** Даны уравнения двух сторон прямоугольника  $x - 2y - 2P = 0$ ,  $x - 2y + 2P = 0$  и уравнение одной диагонали  $2x - y - 2P = 0$ . Найти координаты вершин прямоугольника и уравнение другой диагонали.

**Задание № 16.** Найти координаты точки М', симметричной точке М (P + 3; P + 1) относительно прямой  $x + y - P = 0$ .

**Задание № 17.** Точка А (P; 5 - P) является вершиной квадрата, одна из его сторон лежит на прямой  $4x + 3y + 4P = 0$ . Вычислить площадь квадрата.

**Задание № 18.** Даны две противоположные вершины квадрата А(P; 7 - P), С(-P; 2P - 10). Составить уравнения его сторон.

**Задание № 19.** В треугольнике АВС даны уравнения сторон (АВ):  $x - 3y - 5P = 0$ , (ВС):  $x - P = 0$ , (АС):  $3x - y + P = 0$ . Написать уравнение биссектрисы угла А треугольника АВС.

**Задание № 20.** Дан эллипс  $Px^2 + 16y^2 = 4P$ . Найти его полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет и уравнения директрис. Изобразить данный эллипс в системе координат.

**Задание № 21.** Составить уравнение эллипса в канонической системе координат, если его эксцентриситет равен  $\sqrt{3}/2$ , а расстояние между директрисами равно  $2P/\sqrt{3}$ .

**Задание № 22.** Составить каноническое уравнение гиперболы, если ее асимптоты имеют уравнения  $Px + (P + 2)y = 0$ , а расстояние между фокусами равно  $2P + 1$ .

**Задание № 23.** Дана парабола  $y^2 = 2Px$ . Найти координаты ее фокуса, написать уравнение директрисы.

**Задание № 24.** Составить уравнение параболы, если даны координаты ее фокуса F (6 - P; 12 - P) и уравнение директрисы d :  $Px + y = 0$ .

**Задание № 25.** С помощью поворота прямоугольной декартовой системы координат привести данное уравнение кривой к каноническому виду. Написать формулы преобразования и изобразить кривую на чертеже:  
 $(2 - 3P)x^2 + 6Px + (2 + 5P)y^2 + 2 + 6P = 0$ .

**Задание № 26.** С помощью параллельного переноса системы координат привести к каноническому виду следующее уравнение кривой. Записать формулы преобразования и изобразить кривую на чертеже:  $(P + 11)x^2 + (P - 7)y^2 - (2P + 22)x + (4P - 28)y + 4P - 28 = 0$ .

**Задание № 27.** Привести данное уравнение кривой к каноническому виду, Записать формулы преобразования и изобразить на чертеже:  $9x^2 - 6xy + y^2 + 6Px - 2Py + P^2 = 0$ .

**Задание № 28.** Составить формулы аффинного преобразования, зная, что точки А(0; 0), В(1; 0), С(0; 1) переходят в точки А (P; P), В (2P; 8 - P), С (-P; P - 6).

**Задание № 29.** Аффинное преобразование задано формулами: 
$$\begin{cases} x' = x - Py + P \\ y' = (10 - P)x + y - P \end{cases}$$

Найти образы точки  $A(-P; 2P - 14)$  и прямой  $Px - y + 2P = 0$ , а также инвариантные точки преобразования.

**Задание № 30.** Найти координаты образа точки  $A(P; 9 - P)$  при гомотетии с центром  $C(-P; 2P - 10)$  и коэффициентом  $k = 3$ .

### **Критерии оценки**

#### **Критерии оценки экзамена**

Отметка «отлично», 84-100%, повышенный уровень. Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.

Отметка «хорошо», 66-83%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Отметка «удовлетворительно», 50-65%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допускает неточности, обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством.

Отметка «неудовлетворительно», менее 50%, уровень не сформирован. Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, не умеет выделить главное и делать выводы.

### *Контрольные работы*

#### *1 семестр*

### **Контрольная работа №1. Векторы и действия над ними**

1. Дан параллелограмм  $ABCE$ ,  $O$  – точка пересечения его диагоналей;  $K, M, P, H$  – середины сторон  $AB, BC, CE$  и  $EA$ . Полагая, что  $KM = e_1, KH = e_2$ , выразить через  $e_1$  и  $e_2$  следующие векторы:

- В-1.  $\overrightarrow{PH}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{EM}$ ; В-2.  $\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BP}, \overrightarrow{AP}$ ;  
В-3.  $\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{KP}, \overrightarrow{BK}$ ; В-4.  $\overrightarrow{EO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{KC}$ ;  
В-5.  $\overrightarrow{HP}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{MH}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AP}$ ; В-6.  $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BH}$ ;  
В-7.  $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{EO}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{KE}$ ; В-8.  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EA}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{ME}$ ;  
В-9.  $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{PK}, \overrightarrow{CK}$ ; В-10.  $\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{HB}$ .

2. В треугольнике  $ABC$  векторы  $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{BM}$  и  $\overrightarrow{CP}$  направлены по медианам,  $O$  – точка пересечения медиан. Найти в базисе  $e_1 = \overrightarrow{AB}, e_2 = \overrightarrow{AO}$  координаты векторов:

- В-1.  $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CP}, \overrightarrow{BM} - 2\overrightarrow{CP}, 3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AK} + 4\overrightarrow{CP}$ ;  
В-2.  $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{BK}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{PC}, 2\overrightarrow{BK} + 3\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{PC} + 2\overrightarrow{BK}$ ;  
В-3.  $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{CK}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{BP} - 3\overrightarrow{CK}, 4\overrightarrow{CK} - \overrightarrow{AK} - 2\overrightarrow{AM}$ ;  
В-4.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OK}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CP}, 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{OK}, \overrightarrow{OK} + 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CP}$ ;  
В-5.  $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PK}, \overrightarrow{OP} - 2\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{PK} + 2\overrightarrow{OP}$ ;  
В-6.  $\overrightarrow{MK}, \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{BK}, \overrightarrow{OB}, 2\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MP} - 3\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{BK}$ ;  
В-7.  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{KB}, \overrightarrow{MP}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{KB}, 2\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{OC}$ ;  
В-8.  $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{KC}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{OM}, \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{PA}, 2\overrightarrow{OM} + 3\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{KC}$ ;

В-9.  $OM, CM, AK, OK, 2OM + 3CM, CM - 3AK + 3OK$ ;

В-10.  $BO, PM, CO, BM, BO - 2PM, PM - 3CO + 4BM$ .

1. Объем тетраэдра равен 5. Три его вершины находятся в точках  $A(2,1,-1)$ ,  $B(3,0,1)$ ,  $C(2,-1,3)$ . Найти координаты четвертой вершины  $D$ , если известно, что она лежит на оси ординат.

2. В параллелепипеде  $ACBEA_1B_1C_1E_1$  точки  $K, M, P, H$  являются серединами боковых ребер. Принимая за базис пространства векторы  $e_1 = AB, e_2 = AE, e_3 = AK$ , вычислить координаты следующих троек векторов и выяснить, являются ли они компланарными:

В-1.  $BP, A_1H, AE_1$ ; В-2.  $KP, AC_1, CK$ ;

В-3.  $B_1E_1, BE_1, HB$ ; В-4.  $EP, PH, A_1B$ ;

В-5.  $B_1E, AC_1, AB_1$ ; В-6.  $A_1C, BE_1, BC$ ;

В-7.  $B_1E, A_1C, CE$ ; В-8.  $BH, BP, AP$ ;

В-9.  $BE_1, AC_1, BC_1$ ; В-10.  $KC, BH, BK$ .

3. В пространстве даны векторы :  $a(1; -2; 2)$ ,  $b(-3; 1; 4)$ ,  $c(2; -3; 1)$ . Найти скалярные произведения:

В-1.  $ab, (a-b)(b+3c)$ ; В-2.  $bc, (2b-3c)(a+c)$ ; В-3.  $ac, (3a-b)(b+2c)$ ; В-4.  $2ab, (a+b)(2a-b)$ ; В-5.  $2bc, (2a+b)(a-c)$ ; В-6.  $2ac, (3a-b)(b+2c)$ ; В-7.  $ab, (b-c)(2a+3c)$ ; В-8.  $4ac, (a-b)(b+2c)$ ; В-9.  $bc, (2a-c)(b+c)$ ; В-10.  $ab, (a+b)(b+c)$ .

## Контрольная работа №2. Уравнение прямой на плоскости

1. На плоскости заданы три точки  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$ .

1 вариант	$A(-2; 0)$ ,	$B(2; 4)$ ,	$C(4; 0)$
2 вариант	$A(0; -3)$ ,	$B(12; 3)$ ,	$C(6; 9)$
3 вариант	$A(6; 1)$ ,	$B(2; 7)$ ,	$C(-2; 5)$
4 вариант	$A(-1; -1)$ ,	$B(4; 2)$ ,	$C(8; -2)$
5 вариант	$A(1; 3)$ ,	$B(7; 2)$ ,	$C(-1; -2)$
6 вариант	$A(-3; -1)$ ,	$B(1; 4)$ ,	$C(5; -2)$
7 вариант	$A(2; 2)$ ,	$B(6; -4)$ ,	$C(2; -4)$
8 вариант	$A(3; -1)$ ,	$B(-2; 1)$ ,	$C(2; 3)$
9 вариант	$A(-2; -4)$ ,	$B(6; -1)$ ,	$C(4; 1)$
10 вариант	$A(-1; 0)$ ,	$B(5; 2)$ ,	$C(1; 4)$

Найдите:

- уравнения и длины сторон треугольника  $ABC$ ;
- уравнение высоты треугольника, опущенной из точки  $C$ ;
- уравнение медианы треугольника, проведенной из вершины  $B$ ;
- уравнение прямой, содержащей биссектрису угла  $A$ ;
- уравнение прямой, проходящей через вершину  $B$  и параллельной прямой  $AC$ ;
- уравнение средней линии треугольника  $ABC$ , параллельной  $BC$ ;
- внутренние углы треугольника  $ABC$ ;
- координаты центра тяжести треугольника  $ABC$ ;
- площадь треугольника  $ABC$ ;
- центр вписанной окружности;
- центр описанной около треугольника  $ABC$  окружности.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1; 2)$ : а) параллельно прямой  $2x + 5y + 1 = 0$ ; б) перпендикулярно прямой  $x - y - 4 = 0$ ; в) под углом  $45^\circ$  к прямой  $2x + 3y + 4 = 0$ .

3. Составить уравнение окружности с центром  $S(1; 2)$  и касающейся прямой  $2x - 3y - 1 = 0$ .



4. Указать пары параллельных, пересекающихся, перпендикулярных прямых:  $L_1: 2x - y - 1 = 0$ ,  $L_2: 4x - 2y - 5 = 0$ ,  $L_3: x + 2y - 3 = 0$ ,  $L_4: 3x - 5y - 1 = 0$ .

В следующих заданиях вместо параметра  $P$  подставьте номер вашего варианта.

5. На плоскости дан четырехугольник  $ABCE$ . Выяснить, являются ли его диагонали взаимно перпендикулярными, если известны координаты векторов  $\vec{AB}(P; 2P-2)$ ,  $\vec{BC}(1-2P; 3-P)$ ,  $\vec{CE}(3P; 2P-4)$ .

6. Дан тетраэдр  $ABCE$ . Найти объем тетраэдра, площади граней  $ABC$  и  $ABE$  и угол между ними, длину высоты  $AH$  тетраэдра, длину высоты  $BK$  грани  $ABC$ , угол между ребрами  $AC$  и  $AB$ . Координаты вершин тетраэдра:  $A(P; 1; 0)$ ,  $B(P+1; 0; 5)$ ,  $C(0; P; -1)$ ,  $E(1; 2; -3)$ .

### Контрольная работа №3. Кривые второго порядка.

В следующих заданиях вместо параметра  $P$  подставьте номер вашего варианта.

1. Дана кривая второго порядка. 1) Приведите кривую к каноническому виду и определите ее вид. 2) Вычислите координаты фокусов. 3) Напишите уравнения директрис. 4) Напишите уравнение касательной, проходящей через точку  $A(2; -3)$ . 5) Определите, имеет ли кривая центр. 6) Найдите векторы асимптотического направления для данной кривой. 7) Выполните чертеж.

1 вариант	$9x^2 + 13y^2 + 18xy + 18x + 22y - 11 = 0$
2 вариант	$7x^2 - 32y^2 + 20xy + 30x + 12y + 63 = 0$
3 вариант	$25x^2 + 40y^2 - 52xy + 66x - 60y + 9 = 0$
4 вариант	$13x^2 + 18y^2 + 42xy + 36x + 36y = 0$
5 вариант	$5x^2 - 27y^2 - 6xy - 16x - 48y - 36 = 0$
6 вариант	$40x^2 + 25y^2 + 52xy + 88x + 68y + 16 = 0$
7 вариант	$8x^2 + 17y^2 + 20xy + 24x + 36y + 16 = 0$
8 вариант	$x^2 + 9y^2 + 6xy - 6x - 6y - 12 = 0$
9 вариант	$3x^2 + 35y^2 + 22xy - 4x - 4y = 0$
10 вариант	$17x^2 + 8y^2 - 20xy + 50x - 28y + 33 = 0$

2. Дан эллипс  $Px^2 + 16y^2 = 4P$ . Найти его полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет и уравнения директрис. Изобразить данный эллипс в системе координат.

3. Составить уравнение параболы, если даны координаты ее фокуса  $F(6 - P; 12 - P)$  и уравнение директрисы  $d: Px + y = 0$ .

4. Написать уравнение гиперболы, проходящей через точку  $(1; 2)$ , асимптотами которой служат прямые  $y = \pm \frac{1}{2}x$ .

5. Написать уравнение линии второго порядка, центр которой находится в точке  $K(1; 2)$  а одной из директрис служит прямая  $x = 2$ , зная, что линия проходит через точку  $M(5; 6)$ .

6. Не приводя к каноническому виду найти: 1) центр линии; 2) асимптотические направления; 3) написать уравнение касательной к кривой, проходящей через выбранную точку; 4) диаметр, проходящий через начало координат; 5) диаметр, сопряженный вектору  $\vec{i}$ ; б) уравнения главных диаметров.

### Контрольная работа №4. Преобразования плоскости.

1. Построить образ  $\Delta ABC$ :  $A(-1; 2)$ ;  $B(3; 4)$ ;  $C(5; 0)$ :

а) при повороте на угол  $90^\circ$  вокруг начала координат;

б) при переносе на вектор  $\vec{\rho}(0; -2)$ ;

в) центральной симметрии относительно точки  $S(1; -1)$ ;

г) осевой симметрии относительно прямой  $l: x + y = 0$ ;

д) гомотетии с центром  $S(1; -1)$  и  $k = -1/2$

2. Определить вид преобразования:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \begin{cases} x' = x - 7 \\ y' = y + 5 \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \end{cases} & \text{в) } \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x' = 3x - 4y + 1 \\ y' = 4x + 3y - 2 \end{cases} \end{array}$$

3. Найти уравнение оси симметрии, при которой точка  $M(1; -2)$  переходит в точку  $M'(3; 4)$ .
4. Найти центр симметрии, при которой точка  $M(-3; 4)$  переходит в точку  $M'(1; 2)$ .
5. Написать формулы центральной симметрии относительно точки  $S(2; -1)$ .
6. Написать формулы параллельного переноса с вектором  $\vec{a}(-2; 3)$ .
7. Написать формулы параллельного переноса, при котором точка  $M(-1; 2)$  переходит в точку  $M'(3; 4)$ .
8. Написать формулы осевой симметрии с осью  $l: 2x + 3 = 0$ .
9. Написать формулы поворота с центром  $S(1; 3)$  на угол  $60^\circ$ .
10. Даны окружности  $\omega_1: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$  и  $\omega_2: (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$ ;  $\Delta ABC$  и  $\Delta A'B'C'$ :  $A(2; 1)$ ,  $B(3; -2)$ ,  $C(1; 0)$ ,  $A'(-1; -5)$ ,  $B'(-3; 1)$ ,  $C'(1; -3)$ . Найти центр и коэффициент гомотетии, при которой: а)  $\omega_1 \rightarrow \omega_2$ ; б)  $\omega_2 \rightarrow \omega_1$ ; в)  $\Delta ABC \rightarrow \Delta A'B'C'$  г)  $\Delta A'B'C' \rightarrow \Delta ABC$

2 семестр

### Контрольная работа №5.

#### Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

1. Даны векторы :  $a(1; -2; 4)$ ,  $b(-3; 4; 0)$ ,  $c(2; -3; 5)$ . Найти векторные произведения:  $[ab]$ ,  $[bc]$ ,  $[ac]$ ,  $[b, 3c]$ ,  $[2a + b, c]$ .
2. Найдите смешанное произведение векторов  $u = (1, 3, -1)$ ,  $v = (-2, 0, 3)$  и  $w = (4, 1, 0)$  и определите, правой или левой является эта тройка векторов.
3. Даны вершины тетраэдра  $A(2; -1; 1)$ ;  $B(5; 5; 4)$ ;  $C(3; 2; -1)$ ;  $D(4; 1; 3)$ . Найти объем тетраэдра и площадь грани  $ABC$ .
4. Вычислите площадь треугольника  $ABC$  и длину высоты  $AH$ , если  $A(2; 1; 0)$ ,  $B(-3; -6; 4)$ ,  $C(-2; 4; 1)$ .
5. В треугольной призме  $ABCA'B'C'$  векторы  $AB(0; 1; -1)$  и  $AC(2; -1; 4)$  определяют основание, а вектор  $AA'(-3; 2; 2)$  направлен по боковому ребру. Найти а) объем призмы; б) площади граней; в) высоту; г) угол между ребрами  $B'C'$  и  $AA'$ .

### Контрольная работа №6. Уравнение плоскости и прямой в пространстве.

#### Взаимное расположение прямых и плоскостей.

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $C$ , делящую отрезок  $AB$  в отношении  $\lambda = -\frac{1}{3}$ , перпендикулярно к прямой  $k: \begin{cases} 3x - 5y + 3z - 6 = 0 \\ x + 3y - 5z + 1 = 0 \end{cases}$ , где  $A(-1; 2; 4)$ ,  $B(15; 12; -6)$ .
2. Составить уравнение плоскости, перпендикулярной отрезку  $O_1O_2$  и проходящей через его середину, где  $O_1$  и  $O_2$  – центры сфер  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ .  
 $\Phi_1: (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 4)^2 = 16$  и  $\Phi_2: (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .
3. Как расположены прямые  
 $k: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -7 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$  и  $m: \frac{x+6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$  в пространстве  $E_3$ ?

4. Найти координаты любой точки, лежащей на проекции прямой  $k: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$

на плоскость  $\alpha: x + y + z + 1 = 0$ .

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей  $\alpha: 4x + y + 3z + 4 = 0$  и  $\beta: 2x - 5z = 0$  и точку  $M(1; 4; 1)$ .

6. Через точку пересечения плоскости

$\alpha: 2x - 3y + z - 1 = 0$  и оси  $(OY)$  провести прямую, параллельную прямой  $k:$

$$\begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$

7. Найдите расстояние от точки  $A(2; -4; 5)$  до плоскости, проходящей через точки  $B(-3; 4)$ ,  $C(5; 5; -1)$ ,  $D(1; -2; 2)$ .

С целью контроля знаний студентов по теме «Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей» можно провести контрольную работу по вариантам.

### Вариант 1

1. Даны вершины пирамиды ABCD:  $A(1; 0; 3)$ ,  $B(0; 2; 5)$ ,  $C(-1; 3; 2)$ ,  $D(5; 0; 2)$ . Найти а) уравнение грани ABC, б) уравнение прямой AB, в) уравнение высоты DH, г) уравнение плоскости, проходящей через точку C параллельно грани ABD, д) вычислить косинус угла между прямыми AB и BD, е) вычислить длину высоты DH.

2. Найти расстояние от точки  $M(2; -1; 3)$  до прямой  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{5}$ .

3. Составить уравнение плоскости, которая проходит через прямую пересечения плоскостей  $3x - y + 5z - 2 = 0$ ,  $-2x + y - 11z + 6 = 0$ , перпендикулярно плоскости  $3x - y - 2z + 4 = 0$ .

4. Даны вершины треугольника  $A(-6; 3)$ ,  $B(8; 10)$ ,  $C(2; -6)$  и прямая  $3x - y - 3 = 0$ . Определить, какие стороны треугольника пересекаются данной прямой.

### Вариант 2

1. Даны вершины пирамиды ABCD:  $A(4; 2; 0)$ ,  $B(1; -1; 3)$ ,  $C(0; 2; 1)$ ,  $D(-1; -1; 2)$ . Найти а) уравнение грани ABC, б) уравнение прямой AC, в) уравнение высоты DH, г) уравнение плоскости, проходящей через точку A параллельно грани BCD, д) вычислить косинус угла между прямыми AB и BC, е) вычислить длину высоты DH.

2. Определите взаимное расположение прямой, заданной как пересечение двух плоскостей  $2x + 3y - 4z + 1 = 0$ ,  $x - 2y + z - 5 = 0$ , и плоскости  $4x + y - 3z = 0$ .

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$  и перпендикулярной плоскости  $2x + 3y - z - 4 = 0$ .

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $5x - y + 10 = 0$ ,  $8x + 4y + 9 = 0$  и параллельно прямой  $x + 3y = 0$ .

### Вариант 3

1. Даны вершины пирамиды ABCD:  $A(1; 0; -4)$ ,  $B(0; 2; 3)$ ,  $C(-1; 1; 5)$ ,  $D(1; 0; 6)$ . Найти а) уравнение грани ABC, б) уравнение прямой AB, в) уравнение высоты DH, г) уравнение плоскости, проходящей через точку C параллельно грани ABD, д) вычислить косинус угла между прямыми AB и BD, е) вычислить длину высоты DH.

2. Найти расстояние от точки  $M(2; 1; -1)$  до прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3}$ .

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямые  $\frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+5}{7}$ ,  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$ .

4. Даны уравнения двух сторон прямоугольника  $3x - 2y - 5 = 0$ ,  $2x + 3y + 7 = 0$  и одна из его вершин  $A(-2, 1)$ . Найти площадь прямоугольника.

#### Вариант 4

1. Даны вершины пирамиды ABCD:  $A(1; 1; 3)$ ,  $B(5; 2; 0)$ ,  $C(-1; 0; 1)$ ,  $D(-1; 3; 2)$ . Найти а) уравнение грани ABC, б) уравнение прямой AD, в) уравнение высоты DH, г) уравнение плоскости, проходящей через точку B параллельно грани ACD, д) вычислить косинус угла между прямыми AB и AC, е) вычислить длину высоты DH.

2. Найти проекцию точки  $A(3; 2; -1)$  на плоскость  $5x - 2y - 3z + 1 = 0$ .

3. Определить взаимное расположение прямых  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z}{-1}$ ,  $\frac{x+2}{0} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{0}$ .

4. Через точку  $M(1; 2)$  провести прямую так, чтобы она прошла на равных расстояниях от точек  $A(3; 3)$  и  $B(5; 2)$ .

#### Контрольная работа №7. Поверхности второго порядка.

1. Назвать поверхность и изобразить ее:

а)  $x^2 + z^2 = 2y$ ; б)  $-y^2 + x^2 = 2z$ ; в)  $4x^2 + y^2 + 8z^2 - 16 = 0$ ; г)  $\frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = \frac{x^2}{25} + 1$ .

2. Исследовать уравнение поверхности второго порядка методом сечений, определить вид поверхности и схематически изобразить в прямоугольной декартовой системе координат. Сделать чертеж.

1 вариант	$144x^2 + 64y^2 + 36z^2 - 567 = 0$
2 вариант	$16x^2 + 4y^2 - z^2 + 16 = 0$
3 вариант	$16x^2 - 4y^2 + 8z^2 = 64$
4 вариант	$5x^2 + y^2 + 25z^2 - 25 = 0$
5 вариант	$x^2 + y^2 - 4z^2 + 4 = 0$
6 вариант	$9y^2 - z^2 + 4x^2 + 36 = 0$
7 вариант	$x^2 + 4y^2 - 4z^2 + 16 = 0$
8 вариант	$x^2 + 4y^2 - 16z = 0$
9 вариант	$2x^2 - z = 0$
10 вариант	$-x^2 = 32y - 4z^2$

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}$  и касающейся эллипсоида  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1$ .